

CARLOS FELIPE MARTELL

LOS PRIVILEGIADOS DEL AZAR

6^{TA} EDICIÓN



Nova Casa Editorial



A mi madre



Si la vida te da a luz en el infierno y pretendes tu cabeza asomar
te pisarán con todas sus fuerzas los privilegiados del azar.



ÍNDICE

| | |
|-------------------------------------|----|
| INTRODUCCIÓN: La Estadística | 13 |
| 1 Fenómenos casuales | 15 |

PRIMERA PARTE: Estadística Descriptiva

| | |
|---|----|
| 2 Fenómenos causales y fenómenos aleatorios | 21 |
| 3 La Estadística Descriptiva | 29 |
| 4 Medidas de posición | 33 |
| 5 Medidas de concentración | 45 |
| 6 Medidas de dispersión | 53 |
| 7 Medidas de forma | 59 |
| 8 Regresión y correlación | 69 |
| 9 Estadística de atributos | 75 |
| 10 Números índice | 83 |
| 11 Series temporales | 93 |

SEGUNDA PARTE: Teoría de la Probabilidad

| | |
|-----------------------------------|-----|
| 12 Cálculo de probabilidad | 105 |
| 13 Variables aleatorias | 119 |
| 14 Experimento de Bernouilli | 125 |
| 15 Distribución binomial | 133 |
| 16 Distribución de Poisson | 141 |
| 17 Distribución geométrica | 149 |
| 18 Distribución binomial negativa | 157 |
| 19 Distribución exponencial | 167 |
| 20 Distribución gamma | 177 |
| 21 Distribución normal | 187 |
| 22 Distribución chi cuadrado | 201 |
| 23 Distribución t de Student | 213 |

| | | |
|----|---------------------------------------|-----|
| 24 | Distribución f de Snedecor | 227 |
| 25 | Distribución normal bivalente | 237 |
| 26 | Distribución polinomial | 249 |
| 27 | Convergencia de variables aleatorias | 263 |
| 28 | La ley de los grandes números | 275 |
| 29 | Convergencia en distribución o en ley | 289 |
| 30 | La desigualdad de Tchebycheff | 303 |

TERCERA PARTE: Inferencia Estadística

| | | |
|----|--|-----|
| 31 | El muestreo estadístico | 319 |
| 32 | Muestreo no aleatorio o dirigido | 333 |
| 33 | Muestreo aleatorio | 345 |
| 34 | Muestreo aleatorio simple | 357 |
| 35 | Muestreo aleatorio estratificado | 369 |
| 36 | Muestreo sistemático | 381 |
| 37 | Muestreo por conglomerados | 395 |
| 38 | Muestreo bietápico | 407 |
| 39 | Muestreo de aceptación | 419 |
| 40 | Teoría de la estimación | 431 |
| 41 | Estimación por intervalos de confianza | 443 |
| 42 | El error de estimación | 455 |
| 43 | Contraste de hipótesis | 469 |
| 44 | Contrastes no paramétricos | 481 |
| 45 | Inferencia bayesiana | 495 |
| 46 | Pruebas de bondad de ajuste | 507 |
| 47 | Análisis de varianza | 521 |
| 48 | El modelo de regresión | 535 |
| | Epílogo: El modelo estadístico | 543 |
| | AGRADECIMIENTOS | 549 |





LA ESTADÍSTICA

Introducción

La Estadística es una ciencia que estudia los fenómenos o experimentos aleatorios, o sea, aquellos en los que no podemos prever el resultado final al repetirlos en análogas condiciones.

La Estadística se entromete en cualquier disciplina donde existan hechos inciertos. Por eso me atrevo a afirmar que la Estadística es Poesía: tanto una como otra intentan medir la incertidumbre.



FENÓMENOS CASUALES

Capítulo 1

29 de febrero de 2000.

Montpellier. Francia.

Al arrancar su automóvil, Laure dejaba atrás una dura jornada laboral en el Centre Hospitalier Universitaire (CHU), donde trabajaba como enfermera titulada. Aunque su hora de salida habitual era a las nueve, la llegada en los últimos minutos de un par de accidentados le había hecho tomar la decisión voluntaria de quedarse un poco más para echar una mano a sus compañeros del turno de noche. Su dedicación era tan intensa que, extenuada, tenía la costumbre de regresar siempre a casa oyendo música en el radiocasete de su Citroen Saxo a un volumen más elevado de lo socialmente aceptable. Era su particular manera de descargar tensiones.

Mientras abandonaba la Avenue du Doyen Gaston empezó a sonar la canción *L'oiseau et l'enfant*, de Marie Myriam, que había ganado el prestigioso (por aquel entonces) Festival de la Canción de Eurovisión de 1977. El final de la canción coincidió exactamente con el instante en que paró el motor de su vehículo en el interior de su plaza de garaje.

—Esta casualidad solo puede ocurrir una vez cada cuatro años —murmuró mientras sonreía—; igual que este día.

Al entrar en casa, vio encendida la luz de la habitación de su compañera de piso. Eran alrededor de las diez de la noche.

—¡*Bonsoir*, Salka!

La enfermera se quitó el abrigo forrado que tanto la protegía en invierno; no es que hiciera mucho frío en la ciudad, pero Laure era una de esas personas con una sensación térmica que le generaba inestabilidad. Echó un rápido vistazo a la cocina pensando en prepararse una sencilla ensalada a base de tomates, escarola, pimiento, zanahoria y espinacas.

—¡Salka!

Con un movimiento enérgico, Laure lanzó (con el propio pie) su zueco izquierdo hacia la esquina del recibidor desde donde siempre tentaba una papelera, que hacía las veces de canasta. Era una costumbre pueril que adquirió cuando empezó a trabajar en el CHU. Al principio recogía los zapatos después del intento y los guardaba en una zapatera, pero, con el tiempo, había decidido que ambos zuecos durmieran en la propia papelera.

—¡*Deux points!* —El calzado izquierdo entró directamente por el aro—. ¡Salka!

El intento con el zueco derecho fue fallido. Tras “tocar table-ro”, rebotó en el borde de la papelera y cayó al suelo.

—¡Salka!

Pero Salka no contestó. Empujada por un arrebato de incertidumbre y ahogo, Laure se acercó a la habitación. Al llegar a la puerta y observar el interior, tuvo la mayor sensación de congelación corporal de su vida. A pesar de su profesión, Laure no estaba preparada para aceptar la crueldad del azar cuando se ceba con los seres queridos.

—¡Salka! —logró susurrar.

La norteafricana, natural de Mauritania, una de los únicos veintinueve inmigrantes llegados en pateras a Canarias en 1995 desde Marruecos (de lo cual se enorgullecía), se había quitado la vida a la edad de veintinueve años. ¡Tres veces el número veintinueve! ¿Por qué demonios el calendario marcaba año bisiesto?

Si no hubiera existido el 29 de febrero de 2000, tal vez Salka estaría viva.

Un bote de somníferos vacío testificaba en silencio el paso del dolor al descanso eterno. La presión había podido con su debilitado sistema emocional. La visita de Mauro había rajado en canal las pocas esperanzas que le quedaban de redención. ¡El hijoputa de Mauro!





ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Primera parte



FENÓMENOS CAUSALES Y FENÓMENOS ALEATORIOS

Capítulo 2

Septiembre de 2010.

Universidad de La Laguna, Tenerife. Islas canarias.

—Para comprender mejor la ciencia estadística, hay que partir del hecho de que existen dos tipos de fenómenos: los fenómenos causales, experimentos en los cuales se puede conocer de antemano el resultado final siempre que los repitamos en condiciones análogas, y los fenómenos aleatorios o de azar. Estos últimos son el objeto de estudio de nuestra asignatura.

Con estas palabras, Isidro León, profesor titular de la asignatura “Estadística para la Economía y la Empresa”, trataba de ganarse la atención de su alumnado en el tercer día del nuevo curso que ahora empezaba.

—En los experimentos aleatorios no podemos prever el resultado final antes de su realización, pues pueden dar lugar a diferentes resultados posibles. Tal es el caso del lanzamiento de un dado o una moneda.

Inconscientemente el profesor miró su reloj y calculó que todavía le quedaba más de la mitad de la sesión. Él no solía mostrar cansancio ni ansiedad por terminar, pero estaba claro que, ante el arranque de un nuevo año académico, aún no se había desprendido del pijama de la pereza veraniega. También podría ser que el peso de los años que pasaban le restaba vitalidad y entrega ante los estudiantes. Inmediatamente rechazó esa posibilidad, pues no creía que, a sus treinta y siete años, sus capacidades estuviesen

mermando. Hizo un rápido barrido visual del aula y leyó unas gotas de aburrimiento en las caras que lo aguijoneaban. Entonces, alertado, decidió reaccionar con un ataque directo a sus centros cerebrales de atención.

—¿Cómo te llamas? —preguntó, señalando y dirigiéndose a una muchacha despistada de pelo largo que estaba sentada en la bancada lateral izquierda, en segunda fila.

Isidro fumigaba de esta manera la atmósfera, con una tensión tan espesa que obligaba a ser respirada por todos los ocupantes del aula. Por todos menos por él, gracias a su transparente mascarilla de supervisor.

—Irene —contestó la joven, sorprendida y con una quebrada voz que delataba su estado de nervios ante la contundente e inesperada pregunta.

El docente sabía que, en aquel instante (y por lo menos durante algunos minutos), la atención del colectivo estaba en sus manos; el alumnado estaba a su merced, pues, ahora, cualquiera temía que aquel profesor de reacciones imprevisibles pudiera hacerle preguntas, incluso preguntas más complicadas que aquella hecha a Irene, y habría que poner los cinco sentidos para no fallar ni tartamudear la respuesta.

—Bien, Irene. Voy a pulsar este interruptor. ¿Qué tipo de fenómeno se daría en esta situación? ¿Causal o aleatorio? —En los días previos de clase, las alumnas y alumnos más observadores habrían notado que Isidro encendía la luz de la pizarra nada más subir a la tarima.

—Yo diría que se trata de un experimento causal, porque de antemano sé que, cuando usted pulse el botón, se apagará la luz de la pizarra —contestó Irene, más aliviada que orgullosa por su respuesta.

—¿Alguien más se atreve a opinar?

—Pues yo digo que se trata de un experimento aleatorio —tronó una voz desde la mitad posterior del aula.

—¿Quién lo dice? —preguntó Isidro, tratando de ubicar con gestos de desorientación la procedencia de la voz.

—Me llamo Agustín —dijo un joven con la mano levantada.

Agustín llevaba una camiseta estampada que publicitaba algún grupo de *heavy metal*. El poblado cabello castaño del muchacho hacía recordar la moda de los Beatles, que de nuevo estaba imperando. Al observarlo, Isidro reflexionó que, curiosamente, todo en la vida se basa en ciclos; todo vuelve a circular cuando haya dado una vuelta completa. Y las modas no iban a ser una excepción.

—Veamos, Agustín, ¿en qué basas tu respuesta?

—Pues verá, profe, lo más probable es que la luz de la pizarra se apague. Pero ¿qué ocurriría si se produce algún cortocircuito o algún cruce de cables que lo impida?

—¡Tú sí que tienes los cables cruzados! —gritó el gracioso de turno, semiescondido entre un montón de cabezas.

—Lo que quiero decir —prosiguió Agustín— es que existe una posibilidad, aunque remota, de que la luz no se apague. —La agudeza del muchacho era admirable, pero ninguno de ellos sabía que la pregunta tenía trampa.

Durante varios segundos la clase se enzarzó en una absurda (aunque terapéutica) discusión sobre las posibilidades de que la luz pudiera quedar encendida tras pulsar el interruptor.

—¿Quién tiene razón, profe? ¿Irene o Agustín? —escuchó Isidro.

—Los dos y ninguno.

—¿Cómo puede ser eso?

Generando intriga con la mirada, el profesor pulsó el interruptor y, ante la estupefacción de todos, la luz no se apagó.

—Agustín tenía razón en que la luz pudiera quedar encendida. Pero no tiene razón en que el experimento sea aleatorio. Irene tiene razón en que es un experimento causal. Pero no tiene razón al decir que la luz se apagaría. Esto es una caja eléctrica con dos interruptores. Es lógico que vosotros no os hayáis fijado; tal vez ni siquiera lo veáis desde vuestros asientos. El interruptor que señalé y dije que pulsaría es el de la ventilación. Luego, para mí, es un experimento causal, porque de antemano sé que la luz no se va a apagar al accionarlo.

—¿Qué quiere decir con “para mí”? —preguntó el astuto Agustín.

—Pues quiero decir que, en Estadística, como en la vida, no todo es tan sencillo, no todo es siempre lo que parece. Para vosotros, como colectivo, no dejaba de ser un experimento aleatorio, porque no teníais claro qué podía ocurrir. Tú mismo, Agustín, rozaste la ciencia ficción tratando de buscar una explicación, tal vez más arcana que científica, para justificar que la luz no se apagase. ¡Y seguro que casi llegas al orgasmo cuando viste la luz tras lo que se anunciaba como un apagón seguro!

El colectivo estalló en risas y Agustín quiso prolongar la broma.

—¡He visto la luz, y ella es la que me guía!

La clase terminó e Isidro se sentía relativamente satisfecho, pues había logrado que fuese participativa, lo cual, normalmente, no era fácil de conseguir en una asignatura como esta. Requería un tremendo esfuerzo intelectual captar la atención de la audiencia durante los cincuenta minutos de sesión, precio que ningún profesor estaba dispuesto a pagar día tras día. De camino al despacho se encontró con Gustavo y Jorge, profesores del Departamento de Economía Financiera y Contabilidad, las dos únicas personas a las que consideraba amigos y, a la vez, compañeros de trabajo. En la facultad, Jorge y Gustavo siempre iban

juntos por los pasillos. ¡Siempre! De la cafetería a sus despachos, de sus despachos a la cafetería, de Secretaría a Conserjería... Resultaba especialmente curiosa su forma de caminar. Jorge siempre se movía detrás de Gustavo, por lo que se había ganado el apelativo de “la sombra”.

Jorge era más joven que Isidro, aunque su incipiente calvicie jugaba en su contra. En sus inicios como profesor había sido un auténtico prevaricador a la hora de poner las notas, y eso le había generado bastantes problemas. Por aquellos años, en el momento de evaluar, manejaba criterios tan subjetivos e irracionales como la condición social del alumnado, su ideología política, su indumentaria... Pero eso ya era agua pasada. Gustavo tendría unos cincuenta años y un sentido del humor bastante incisivo e irónico. Era un tipo robusto, con una cabeza bastante grande y mucho más ancha por la parte inferior. Sus mejillas se prolongaban linealmente hasta los hombros, sin distinguirse curvatura alguna en la intersección con el cuello; no se sabía si se debía a un exceso de papada o a que tenía un cuello tan ancho como el perímetro facial.

—¿Nos tomamos un café? —preguntó Gustavo.

—¡Nos tomamos un café! —exclamó Isidro, incapaz de resistirse a su vicio favorito.

Cuando Gustavo estaba bromeando con una camarera sobre la prioridad del profesorado frente a los alumnos para ser servidos de inmediato, el móvil del profesor de Estadística sonó y él sonrió al comprobar que era el número de su casa.

—¡Hola, Marlene! —saludó Isidro con énfasis.

—¡Hola, cariño! —La dulce voz de su mujer era un bendito bálsamo a aquellas horas de la mañana—. ¿Qué tal llevas el día?

—Supongo que no tan bien como tú, que puedes decidir lo que haces. —Era una manera algo torpe y forzada de animar

a Marlene, quien, tras tres años trabajando en una inmobiliaria, se había quedado en paro víctima de un recorte de personal, tras sufrir la empresa los devastadores efectos de la crisis económica y financiera que asolaba al mundo occidental—. Me gustaría estar en casita. ¿Va todo bien?

—Sí, muy bien. Aunque... estaba limpiando un poco y, al mover tu guitarra, se ha roto una cuerda. ¿Tienes de repuesto?

—¡Vaya! Ya la cambiaré, no te preocupes.

La guitarra acústica. La evolución. Una guitarra española había acompañado a Isidro, desde niño, en una perfecta simbiosis. En su círculo familiar y entre sus amigos era imposible disociar el uno de la otra. A los dieciocho años, cuando estudiaba en la universidad, compró una guitarra acústica y un par de armónicas de blues. Y entonces descubrió su hobby.

¡Su hobby! Algo que dio un nuevo sentido a su vida: la composición musical. Su capacidad innata para las matemáticas, su facilidad para las rimas y el manejo de la guitarra, le dieron ese impulso para atreverse a algo que, antes, creía imposible. Tenía en su contra algunos factores. Por ejemplo, no sabía prácticamente nada de solfeo, aunque aprendió lo básico de una forma totalmente autodidáctica. La ayuda matemática no se limitaba a facilitarle el aprendizaje en el lenguaje del solfeo; iba mucho más allá. La composición, tal como él la concebía, consistía en resolver un sistema de ecuaciones lógicas, donde cada ecuación era un sentimiento melódico y cada incógnita era un verso poético; consistía en resolver un rompecabezas de fantasía.

En aquellos años de inicio, las partituras fluían mágicamente y él se sentía Dios. Le hubiera gustado interpretar sus canciones, pero, realmente, su voz dejaba mucho que desear. Isidro era zurdo y, como nunca intentó tocar al revés, estaba algo limitado en la técnica de ejecución con la guitarra. Pero no lo hacía mal del todo. Su obra, veinte años después, descansaba escondida

en un cajón de su escritorio. Se trataba de partituras muy básicas pendientes de futuros arreglos musicales, solo un esqueleto de canciones con guitarra y armónica como única instrumentación acompañando a la voz. La única exhibición pública que había hecho con su música fue muchos años después, al embutirla como fondo musical en su ahora arcaica y poco funcional página web que tenía asignada para la actividad académica. Y esto no lo hacía por su ego (o eso quería creer); lo hacía para darle a la docencia un toque lúdico, porque creía que, pedagógicamente, el alumnado empatizaría más con la asignatura si la aderezaba con algo original.

Tras despedirse de Marlene, volvió a sumergirse en la intrascendente conversación con Jorge y Gustavo.

—... chiste que me contó Roque, el de Inglés —oyó decir a Gustavo—. ¿Sabes cómo se dice en inglés “sacarle los colores a un loco”?

—¡Ni idea, tío! —respondió Jorge.

—¡To put a mad red! —replicó Gustavo, a la vez que soltaba una sonora carcajada.

